1	
2	
3	
4	
5	
NOTA	

Universidade Federal de Alagoas
Instituto de Matemática

Equações Diferenciais Ordinárias - Exame de Qualificação

6 de Janeiro de 2025

Aluno:

1. Resolva o seguinte problema de valor inicial

$$\begin{cases} x' = \dfrac{t}{x+t}, \\ x(1) = 1. \end{cases} \tag{1}$$

2. Enuncie e prove precisamente o Teorema de Existência e Unicidade para EDOs.

3. Seja $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ dada por $f(x, y, z) = (e^{e^x}, yz, x^{2024}z)$ e seja $\phi(t)$ definida em $\mathbb{R}$ a solução de

$$x' = f(x), \;\; x(0) = x_0.$$

Encontre todos os pontos tais que $\phi(t) = \phi(t^{2024})$ e $\phi'(t) \neq \phi'(t^{2024})$

4. Enuncie precisamente o Teorema do Fluxo Tubular e o Teorema de Poincaré-Bendixon.

5. Considere o sistema em coordenadas polares $(r', \theta') = (r(1-r), 1)$. Mostre que se $x = (0, 0)$ ou se $x \in \mathbb{R}^2$ é tal que $||x|| = 1$ então $\alpha(x) = \omega(x)$. Se $0 < ||x|| < 1$ então $\alpha(x) = \{(0, 0)\}$ e $\omega(x) = \mathbb{S}^1 := \{(a, b); a^2 + b^2 = 1\}$ e se $||x|| > 1$ então $\alpha(x) = \emptyset$ e $\omega(x) = \mathbb{S}^1$.

Boa prova!