

**Mat 003:** Cálculo Avançado  
**Nível:** Iniciação Científica  
**Carga Horária:** 90h

**Ementa:**

Cálculo Diferencial de Campos Escalares e Vetoriais: Funções de  $\mathbb{R}^n$  a  $\mathbb{R}^m$ . Campos escalares e vetoriais. Bolas abertas e conjuntos abertos. Limites e continuidade. A derivada de um campo escalar em relação a um vetor. Derivadas direcionais e derivadas parciais. Derivadas parciais de ordem superior. Derivadas direcionais e continuidade. A derivada total. O gradiente de um campo escalar. Uma condição suficiente para a diferenciabilidade. Uma regra de cadeia para derivadas de campos escalares. Aplicações à geometria. Conjuntos de níveis. Planos tangentes. Derivados de campos vetoriais. Diferenciabilidade implica continuidade. Regra da cadeia para derivadas de campos vetoriais. Forma matricial da regra de cadeia. Condições suficientes para a igualdade das derivadas parciais mistas. Aplicação do cálculo diferencial: Equações diferenciais parciais. Uma equação diferencial parcial de primeira ordem com coeficientes constantes. A equação da onda unidimensional. Derivadas de funções definidas implicitamente. Pontos máximos, mínimos e de sela. Fórmula de Taylor de segunda ordem para campos escalares. A natureza de um ponto estacionário determinada pelos autovalores da matriz Hessiana. Teste de segunda derivada para extremos de funções de duas variáveis. Extremos com restrição. Multiplicadores Lagrange. O teorema do valor extremo para campos escalares contínuos. O teorema *small-span* para campos escalares contínuos (continuidade uniforme). Integrais de Linha: Introdução. Caminhos e integrais de linha. Outras notações para integrais de linha. Propriedades básicas das integrais de linha. O conceito de trabalho como uma integral de linha. Integrais de linha em relação ao comprimento do arco. Outras aplicações das integrais de linha. Conjuntos abertos conexos. Independência do caminho. O segundo teorema fundamental do cálculo para integrais de linha. Aplicação à Mecânica. O primeiro teorema fundamental do cálculo para integrais de linhas. Condições necessárias e suficientes para um campo vetorial ser conservativo. Condições necessárias para um campo vetorial ser conservativo. Métodos especiais para construir funções potenciais. Aplicações a equações diferenciais exatas de primeira ordem. Funções potenciais em conjuntos convexos. Integrais Múltiplas: Introdução. Partições de retângulos. Funções degraus. A dupla integral de uma função degrau. A definição da integral dupla de uma função definida e limitada em um retângulo. Integrais duplas superior e inferior. Avaliação de uma dupla integral por integração unidimensional repetida. Interpretação geométrica da integral dupla como um volume. Integrabilidade de funções contínuas. Integrabilidade de funções limitadas com descontinuidades. Integrais duplas estendidas por regiões mais gerais. Aplicações no contexto de área e volume. Outras aplicações de integrais duplas. Dois teoremas de Pappus. Teorema de Green no plano. Algumas aplicações do Teorema de Green. Uma condição necessária e suficiente para um campo vetorial bidimensional ser

**PPGMAT**  
Programa de  
Pós-Graduação em  
Matemática



conservativo. Teorema de Green para múltiplas regiões multiplamente conexas. O índice de rotação. Mudança de variáveis em uma integral dupla. Casos especiais da fórmula de transformação. Prova da fórmula de transformação num caso especial. Prova da fórmula de transformação no caso geral. Extensões para dimensões superiores. Mudança de variáveis em uma integral múltipla. Integrais de Superfície: Representação paramétrica de uma superfície. O produto vetorial fundamental. O produto vetorial fundamental como uma normal à superfície. Área de uma superfície paramétrica. Integrais de superfície. Mudança de representação paramétrica. Outras notações para integrais de superfície. O Teorema de Stokes. O rotacional e a divergência de um campo vetorial. Outras propriedades do rotacional e da divergência. Reconstrução de um campo vetorial a partir do seu rotacional. Extensões do Teorema de Stokes. O teorema da divergência (Teorema de Gauss). Aplicações do teorema da divergência.

### **Bibliografia:**

APOSTOL, T. M., *Calculus Volume II*. Wiley International Edition, 1969.