

Soluções com softwares geométricos de problemas apresentados por Gabriel Lamé no início do século 19

Eduardo Sebastiani Ferreira- esebastiani@uol.com.br

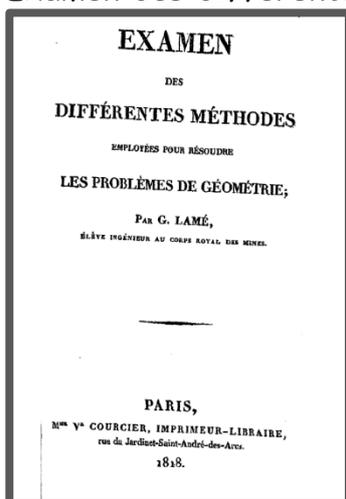
Maria Zoraide M C Soares- mzsoares@uol.com.br

Miriam Sampieri Santinho- msantinho@uol.com.br

Otilia T. Wiermann Paques- otilia@ime.unicamp.br

Rosa Maria Machado - rosa.unicamp@gmail.com

Nesse mini curso foram estudados diversos problemas de geometria do livro *Examen des différentes méthodes employées pour résoudre les problèmes de géométrie* (Paris - 1818) de Gabriel Lamé (1795-1870) usando os softwares geométricos; Winplot, GeoGebra e o Geometry Expressions.



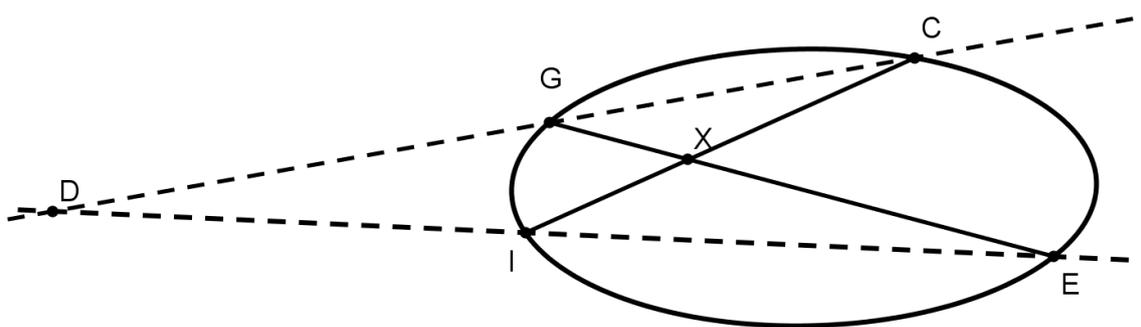
Gabriel Léon Jean Baptiste Lamé, nasceu em Tour na França, em 22 de julho de 1795 e morreu em Paris em 1 de maio de 1870. Graduou-se em engenharia de minas pelo Corps Royal des Mines-Paris. Foi professor de Física e Matemática no Corps Royal des Mines-Paris e na Universidade de Sorbonne.

Contribuiu para o desenvolvimento da ciência no século 19, participando ativamente dos movimentos intelectual e científico na França como também na Rússia. O livro *Examen des différentes méthodes employées pour résoudre les problèmes de géométrie*, é dedicado ao ensino de Matemática. De acordo com Lamé este livro é resultado de um projeto de anos de trabalho na análise do conteúdo matemático. Este livro considera muitos problemas sobre lugares geométricos, intersecções de curvas, transversais, caracterização dos tipos de quádricas por suas equações e a determinação de quádricas através de determinados pontos, resolvendo equações.



Problema 1

Se por um ponto fixo no plano de uma dada secção cônica, traça-se duas secantes à esta curva, e ligando por retas as extremidades reciprocas das cordas resultantes, encontrar o lugar geométrico da interseção destas. (página 45)

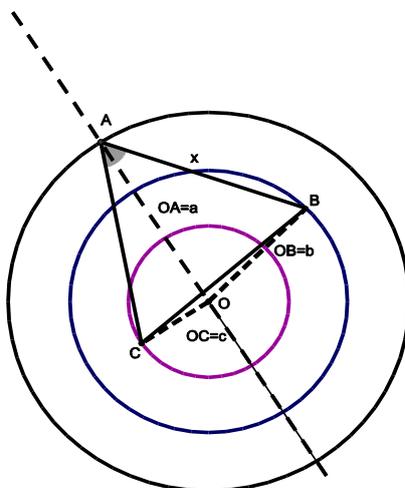


Lamé aplica na solução deste problema sua "notação simplificada" (notation abrégée), observando que ela é útil para representar por uma só equação a interseção de dois lugares geométricos.

Problema 2

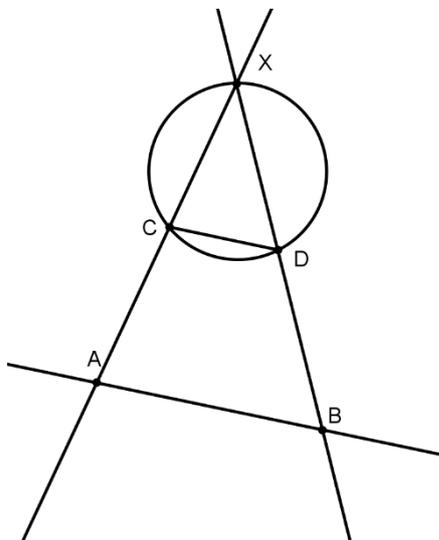
Construir um triângulo equilátero com vértices sobre três círculos dados. (página 81)

Lamé usou a simetria da fórmula dos cossenos para sua solução.



Problema 3

Encontrar sobre uma circunferência dada um ponto X , tal que ligando este ponto aos outros pontos dados, A e B , as retas AX e BX cortam a circunferência em dois pontos C e C' , situados sobre uma paralela à AB . (página 74)



Lamé resolveu o problema como uma aplicação da Álgebra à Geometria, com muitas equações.

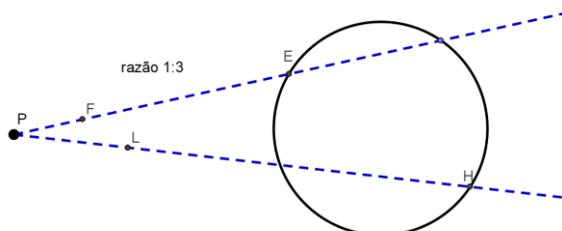
Problema 4

Encontrar o lugar geométrico dos pontos cujas distâncias a dois pontos dados, estão numa razão constante. (página 23)

Lamé usa somente "geometria pura" para resolver o problema. Propomos soluções para diversos casos com o auxílio do *GeoGebra*.

Problema 5

Dados um ponto e um círculo, encontrar o lugar geométrico dos pontos que dividem em duas partes, numa razão constante, o segmento de reta que liga o ponto dado, à um qualquer ponto da circunferência. (página 22)



Lamé, afirma que o problema pode ser resolvido quando se estuda as propriedades analíticas de tangentes comuns a dois círculos.

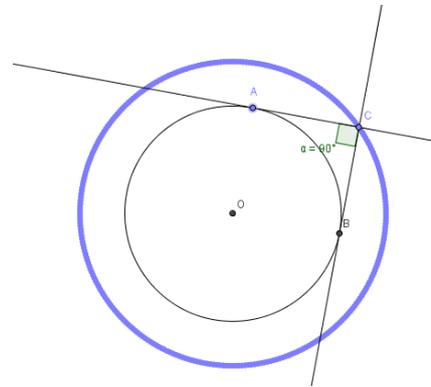
Problema 6

Encontrar o lugar geométrico dos pontos de intersecção de duas retas tangentes à uma curva de segundo grau (uma cônica), perpendiculares entre si. (página 77)

Lamé usa mudança de coordenadas para resolver o problema e o faz muito bem.

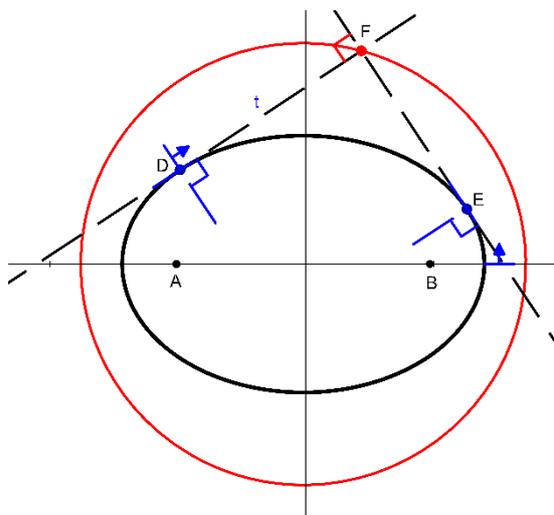
Solucionamos com os participantes, os seguintes casos:

- 1) Circunferência com o auxílio do *GeoGebra*.

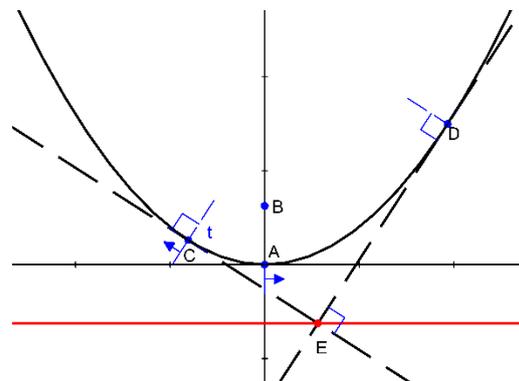


Observação: Nos casos da elipse, parábola e hipérbole, não foi possível a solução com o *GeoGebra*. Com o software denominado *Geometry Expressions* construímos as figuras que se seguem:

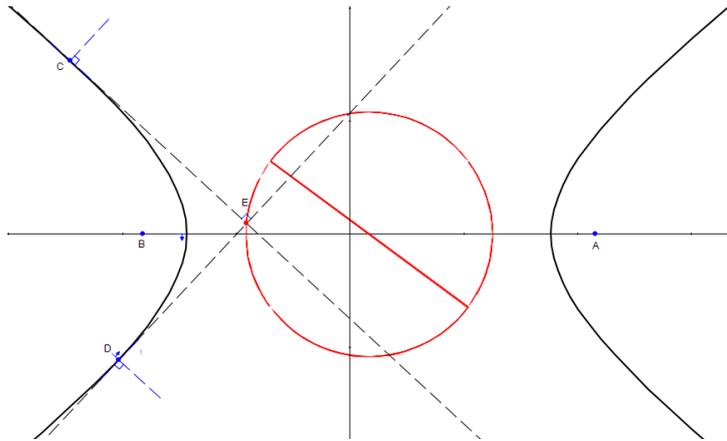
a) Elipse



b) Parábola



b) Hipérbole

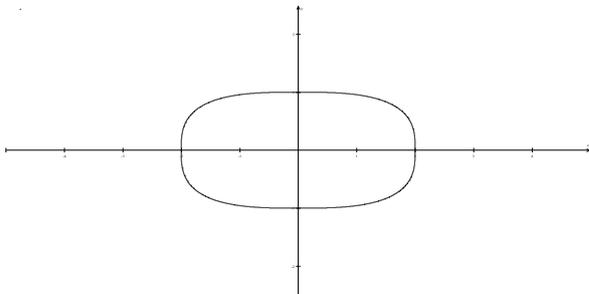


Problema 7:

Super Elipses (página 105)

Estas curvas são conhecidas como curvas de Lamé, pois foram introduzidas por ele. Elas foram mais trabalhadas por Julius Plucker (1801-1866). Em sua moderna forma, as curvas de Lamé, são descritas pela equação

$$\left|\frac{x}{a}\right|^n + \left|\frac{y}{b}\right|^n = 1; \text{ onde } n \text{ é um número real positivo.}$$



varia de 1 a 20, $a = 2$ e $b = 1$.

Quando $n = 2$, temos a elipse já conhecida. Quando $a = b$, temos e $n = 2$, temos um círculo.

Trabalhamos neste minicurso, com o Winplot, para obter os gráficos destas super elipses, quando n